Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Matemáticas V (MA2112)
1^{er} Examen Parcial (50 %)
Ene-Mar 2012
Tipo A

1. (13 puntos) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{yx^2 - xy^2}{2x^2+3y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Determine:

(a) Si f es continua en $(0,0)$.

(b) Si existen las derivadas parciales de primer orden de f en $(0,0)$.

(c) Diga, justificando, si f es diferenciable en $(0,0)$.

2. (12 puntos) Sea $f = h \circ g$ donde $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es una función diferenciable en todo su dominio tal que $f(1,-1) = 3$ y $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ está definida como $g(x,y,z) = (x^2 + \operatorname{sen}(yz), -xze^y)$.

Determine:

(a) La ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,-1)$ sabiendo que $3x + y - z = 2$ es el plano tangente a la superficie $h(x,y,z) = 3$ en el punto $(1,0,1)$.

(b) La derivada direccional de h en el punto $(1,0,1)$ en la dirección del vector $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}})$.

3. (12 puntos) Sea $f(x,y)$ una función de clase C^2 definida implícitamente como función de las variables x e y por la ecuación $2x + ye^x - xz^2 - y^2 = 0$

(a) Determine el polinomio de Taylor de orden 1 para f alrededor del punto $(0,-2)$.

(b) Calcule, si existe, el valor de $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ en $(0,-2)$.

4. (13 puntos) Sea $f(x,y) = x^2 + kxy + y^2$ con $k \in \mathbb{R}$. Determine en cada caso los valores de k para que:

(a) f tenga un punto silla en $(0,0)$.

(b) f tenga un mínimo en $(0,0)$.

(c) El criterio de la segunda derivada no sea concluyente en la clasificación de los puntos críticos.